

Exemple de "static hedge" parfait

Rappel options up/down & in/out

Ils ont une ~~barrière~~ barrière B . Exemple

down & in : initialement $S_0 > B$. Si jamais

$S_t > B \forall t \in [0, T]$ l'option n'est jamais activée et vaudra 0 pour $t \geq T$.

Si jamais $\exists t^* S_{t^*} = B$ alors à partir de

ce moment l'option se transforme en une option call européen variable de strike K et maturité T .

Parallèle pour up (activation si $S_{t^*} = B$ avec $S_0 < B$)

out : des-activation si B est touché.

Question Trouver une couverture statique pour down & in (avec mise en place en 0 et si besoin à d'autre $t > 0$) sous hypothèse $S_t =$ continu. On suppose $K = B$, $r = 0$.

Hedge : // en $t=0$ achat de 1 put de strike $B=k$

// si jamais $S_{t^*} = 0$ alors achat d'un futur sur S_t .

Valeur en T : • si activation : $(S_T - k)_- + (S_T - S_{t^*})$
 $= (S_T - k)_- + (S_T - B) = (S_T - k)_+$

{ car mise en place du futur } k { ne coûte rien }

• sans activation : $(S_T - k)_- = 0$ (car $S_T \geq B \forall t$)

Donc la valeur du portefeuille = valeur du down fin.

En particulier, comme la mise en place du ~~down~~ fund sur S_t ne coûte rien, la valeur de ce down fin particulier = prix d'une option put ~~est~~ européenne.